© 2026 International Conference on Multidisciplinary Sciences and Innovations . All Rights Reserved.

РАСЧЕТНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ВЕРЕТЕН КОЛЬЦЕПРЯДИЛЬНЫХ МАШИН

Уралов Руслан Зокир угли
независимый исследователь,
E-mail: uralovruslan26@gmail.com

В статье изложен метод академика А. Н. Крылова для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных при исследовании колебания упругих систем и математический прием Эйлера для решения дифференциальных уравнений в частных производных, приведен примерный расчет и применение обоих методов к исследованию вибрации веретен.

Высшие критические скорости приближенными методами не определялись, поэтому надо хотя бы в кратце изложить другие, более точные и более общие методы определения частот собственных колебаний веретен.

Мы изложим здесь весьма остроумный метод академика А. Н. Крылова [1], [2] для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных при исследовании колебания упругих систем и математический прием Эйлера для решения дифференциальных уравнений в частных производных, причем покажем применение обоих методов к исследованию вибрации веретен.

Рассмотрим колебания шпинделя, имеющего цилиндрическую форму, защемленного в одном конце, если другой конец свободен. Ни катушки, ни пряжи на шпинделе нет.

По формулам сопротивления материалов можно написать:

$$Ely'' = -M \qquad (1)$$

где y'' изображает вторую производную стрелы прогиба по абсциссе x.

Четвертая производная дает интенсивность нагрузки или нагрузку q, приходящуюся на погонную единицу длины шпинделя:

$EIy^{IV}=q$ (2)

С другой стороны, при колебательном движении шпинделя нагрузку на единицу длины его можно выразить через силу инерции массы, заключающейся в отрезке длиной 1 см. Получается равенство: $=m_1\ddot{y}$,

где $т_1$— единичная масса;

$\ddot{y}$ — вторая производная стрелы прогиба по времени.

Единичную массу можно представить через площадь сечения шпинделя, F— удельный вес материала γ и ускорение силы тяжести g:

$$m_1 = \frac{F\gamma}{g}$$

В таком случае по Д.Аламберу

$EIy^{IV}=-\frac{F\gamma}{g}\ddot{y}.$ (3)

Для цилиндрического шпинделя F = const и I = const следовательно, где $\ddot{y}+k^2y^{IV}=0$, для интегрирования уравнения по методу Эйлера полагают: $y = \Phi\Psi$

где ψ - функция, зависящая только от x, но не зависящая от времени, а Ф, наоборот, зависит только от времени и не зависит от x.

© 2026 International Conference on Multidisciplinary Sciences and Innovations . All Rights Reserved.

Тогда из уравнения получается уравнение

$$\ddot{\Phi}\Psi + k^2\Phi\Psi^{IV} = 0 \qquad (4)$$

которое распадается на два: $\ddot{\Phi} + k_0^2\,\Phi = 0$ и $\psi^{IV} - \frac{\kappa_0^2}{\kappa^2}\psi = 0$ или $\psi^{IV} - p^4\ \psi = 0,$ где $p^4 = \frac{k_0^2}{k^2}$

Уравнение имеет общий интеграл:

$$\Phi = L_1 \cos k_0 t + L_2 \sin k_0 t \qquad (5)$$

После определения произвольных постоянных L_1 и L_2 : уравнение приводится к виду уравнения гармонического колебания

где Ф — амплитуда.

Однако константа $к_0$остается еще неизвестной, так как она связана не только условием, но и условием. Если константа $к_0$будет определена, то найдется основная частота собственных колебаний и критическое число оборотов в минуту:

$$n_{kp} = \frac{30}{\pi} k_0$$

Уравнение решается различными способами. Например, в круговых и гиперболических функциях общий интеграл его имеет

$$\Psi = A\cos px + B\sin px + C\,ch\,px + D\,sh\,px. \qquad (6)$$

Здесь - A, B, C и D— произвольные постоянные;

cospx и sinpx— круговые функции; chpx и shpx— гиперболические косинус и синус.

Уравнение позволяет определять частоты собственных колебаний шпинделя, почему оно и носит название уравнения частот. Для решения его нужно найти такие значения аргумента p1, при которых произведение cos *pl chpl* равно отрицательных единице, что, очевидно, возможно лишь при отрицательных значениях COS/;/. Решения можно без труда подобрать при помощи таблиц круговых и гиперболических функции. Можно искать решения и графическим методом, для чего необходимо выстроить по точкам две кривые: Точке пересечения кривых соответствуют значения p1. при которых уравнение удовлетворяется. На рис. 1. показано такое решение.

$$f_1(pl) = \cos pl \text{ и } f_2(pl) = \frac{1}{chpl} \qquad (9)$$

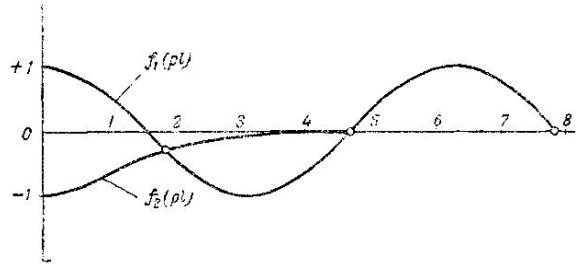


Рис.1. Графическое решение уравнения частот

Таким образом, определились условия, которым должны удовлетворять частоты собственных колебаний шпинделя. Для основной частоты $p_1 1$ =1,875; для второй p_2 l = 4,694; для третьей p_3 l =7,855.

© 2026 International Conference on Multidisciplinary Sciences and Innovations . All Rights Reserved.

Выше уже было найдено, что $n_{kp} = \frac{30}{\pi} k_0$

Пользуясь соотношениями легко найти: $n_{kp} = \frac{30}{\pi} p^2 \sqrt{\frac{EJg}{F\gamma}}$

Принимая для стальных шпинделей

$$E = 2{,}2\ 10^6 \text{кг}\ \text{см}^{-2}$$

и $\gamma = 7{,}5 г/см^3$, получаем $n_{кр} = 1285\ 10^3 \frac{d}{l^2}\ \varphi^2$ где $\varphi = pl$.

Формулу можно использовать при расчете колебаний цилиндрических шпинделей, у которых основание можно считать защемленным.

Если шпиндель вращается в длинном подшипнике, то его можно считать зажатым по большому основанию. В этом случае для определения первой критической скорости можно применить формулу Мононба для схем показанных на (рис. 1.):

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{3\ E\ J}{m_{пр}\ l\ b^2}} \qquad (7)$$

где l— высота усеченного конуса;

J — экваториальный момент инерции поперечного сечения наибольшего основания конуса;

E —модуль упругости;

b — расстояние консольной части шпинделя.

$m_{пр}$— приведенная масса к концу веретен.

Рассмотрим предложенный нами приближенный метод определения первой критической скорости шпинделей кольцепрядильных и кольцекрутильных веретен (рис.2.).

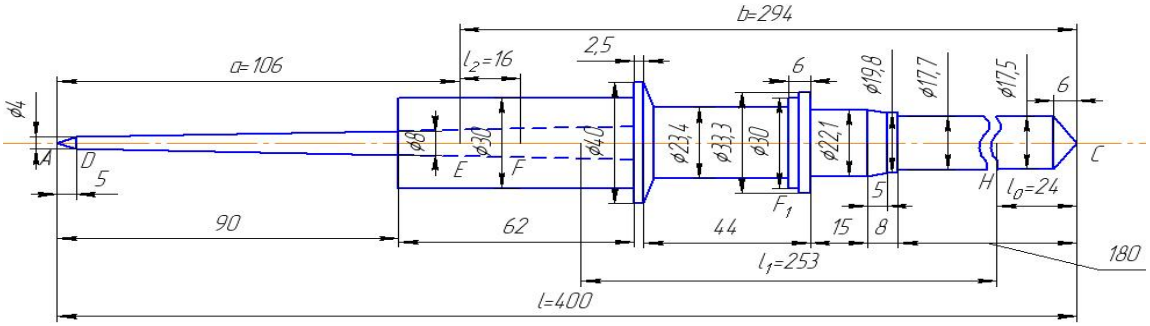


Рис. 2. Расчетная схема шпинделя веретен.

Значения величин, входящих в формулу, ясны из рис. 2. При методе Рейлея формула для определения $т_{пр}$ получилась бы несколько иной. Критическую скорость шпинделя веретена можно определить по формуле

Для определения критическую скорость шпинделя веретена показанной на рис. 2, измеряем размеры шпинделя, а плотности и модуль упругости материала ρ=2800кг/$м^3$,E= 0,7 10^{11} $Н/м^2$.

По формуле определяем приведенную массу

$m_{пр1} = 24\ 10^{-3} кг$; $m_{пр2} = 31\ 10^{-3} кг$; $m_{пр3}$=6.6 · 10^{-3}кг;

Определяем критическую скорость шпинделя веретена по формуле:

$\omega_{1кр} = 550.8 рад/сек$; $\omega_{2кр} = 640.6 рад/сек$; $\omega_{3кр} = 591.6 рад/сек$:

© 2026 International Conference on Multidisciplinary Sciences and Innovations . All Rights Reserved.

По расчетам первая критическая скорость данного веретена около 610 рад/сек; согласно опытным данным первая критическая скорость этих веретен находится в пределах 575—622 рад/сек. Рабочая же скорость этих веретен 1000—1200 рад/сек.

Выводы.

1. Предложена методика расчета критических скоростей веретен прядильных машин.
2. Приведен расчет высших частот критических скоростей и колебаний шпинделя.

Литература.

1. Коритыский Я.И. Исследования динамика и конструкций веретен текстильных машин. Москва.1963г.
2. Коритыский Я.И. Динамика упругих систем текстильных машин. Москва.1982г.