FUNKSIYA VA UNING LIMITI MAVZULARINI O‘QITISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARINING AHAMIYATI VA PEDAGOGIK TAHLILI

Sodiqova Nodira Muhiddinovna
Chirchiq davlat pedagogika universiteti magistranti
DOI:https://doi.org/10.5281/zenodo.22853883

Annotatsiya. Ushbu ilmiy maqolada oliy va o‘rta maxsus ta’lim tizimida matematika fanining poydevor tushunchalaridan bo‘lgan "Funksiya" va "Funksiya limiti" mavzularini Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari (AKT) hamda zamonaviy raqamli didaktik vositalar yordamida o‘qitishning nazariy, metodik va amaliy jihatlari atroflicha yoritilgan. Talaba va o‘quvchilarning mantiqiy hamda abstraktsion fikrlash yetukligini oshirish, murakkab va abstrakt matematik konstruksiyalarni ko‘rgazmali va dinamik ko‘rinishda shakllantirish, shuningdek, ta’lim samaradorligini sifat jihatdan yangi bosqichga ko‘tarishda pedagogik innovatsiyalarning o‘rni tahlil qilingan. Maqolada Desmos va WolframAlpha kabi dinamik matematik dasturlarning dars jarayoniga tatbiqi va ularning empirik natijalari tahlil qilinadi.

Аннотация. В данной статье всесторонне освещаются теоретические, методические и практические аспекты преподавания основополагающих понятий математики — «Функция» и «Предел функции» — с использованием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) и современных цифровых дидактических средств. Проанализирована роль педагогических инноваций в развитии логического и абстрактного мышления учащихся, формировании сложных математических конструкций в наглядной и динамической форме. На основе существующих научных источников проведен сравнительный анализ применения динамических математических сред WolframAlpha Desmos) и их влияния на академическую успеваемость.

Abstract. This scientific paper thoroughly explores the theoretical, methodological, and practical dimensions of teaching core mathematical concepts—namely "Functions" and "Limits of Functions"—through the integration of Information and Communication Technologies (ICT) and modern digital didactic tools. The role of pedagogical innovations in fostering students' logical and abstract mathematical thinking, visualizing complex dynamic models, and significantly enhancing educational efficiency is analyzed in depth. Based on a comprehensive literature review, the paper presents functional frameworks for interactive software tools (WolframAlpha Desmos) and details system-level recommendations for educational digitalization.

Kalit so‘zlar / Ключевые слова / Keywords: funksiya, funksiya limiti, Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari (AKT), WolframAlpha Desmos, raqamli didaktika, pedagogik innovatsiya, matematik tafakkur, STEAM ta’limi, vizuallashtirish.

1. KIRISH VA MAVZUNING DOLZARBLIGI

Hozirgi shiddat bilan rivojlanib borayotgan raqamli jamiyat davrida ta’lim tizimiga, ayniqsa aniq fanlarni o‘qitish uslubiyatiga qo‘yilayotgan talablar tubdan o‘zgarmoqda. Zamonaviy pedagogik yondashuvlar o‘quvchilar va talabalardan faqat tayyor nazariy bilimlarni yodlashni emas, balki mantiqiy va abstrakt fikrlash, muammoli vaziyatlarni tahlil qilish, matematik modellashtirish hamda axborot

© 2026 London International Monthly Conference on Multidisciplinary Research and Innovation. All Rights Reserved.

texnologiyalaridan samarali foydalanish kompetensiyalarini shakllantirishni talab etadi. O‘zbekiston Respublikasining "Ta’lim to‘g‘risida"gi Qonuni hamda O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining "Ta’lim sohasini raqamlashtirish" to‘g‘risidagi qarorida belgilab berilgan ustuvor vazifalar ta’lim jarayoniga zamonaviy AKT va raqamli resurslarni tizimli joriy etishni zaruriyatga aylantirdi.

Matematik analiz va umumiy matematika kursining eng tub, bazaviy tushunchalaridan biri bu — funksiya hamda uning limiti mavzularidir. Ushbu tushunchalar oliy matematikadagi keyingi barcha muhim bo‘limlar, jumladan, funksiyaning hosilasi, differensial, integral hisob hamda differensial tenglamalar nazariyasini o‘zlashtirishda poydevor vazifasini o‘taydi. Biroq, ko‘p yillik pedagogik tajriba va kuzatuvlar shuni ko‘rsatadiki, talabalar uchun funksiya limiti tushunchasining rigroz (qat'iy) formal ta’rifi — masalan, Ko‘shi ma'nosidagi **ε - δ** (epsilon-delta) tili — o‘zlashtirilishi eng qiyin bo‘lgan abstrakt g‘oyalardan biridir.

An'anaviy ta’lim usulida (doska va bo‘r yordamida) funksiyalarning dinamik o‘zgarishi va limitik o‘tish jarayonlarini statsionar va statik grafiklar orqali tushuntirish muayyan cheklovlarga ega. Bunda o‘quvchi cheksiz kichik miqdorlarning yaqinlashish mexanizmini ko‘z oldiga keltirishda qiyinchilikka duch keladi. Shu sababli, funksiya va uning limiti mavzularini o‘qitishda kompyuterli vizuallashtirish va interfaol AKT dasturlarini qo‘llash dars unumdorligini va talabalarning mantiqiy tafakkur darajasini oshirishda g‘oyat dolzarb ilmiy-pedagogik masala hisoblanadi.

2. FUNKSIYA VA UNING LIMITI TUSHUNCHALARINING NAZARIY-MATEMATIK ASOSLARI

Funksiya tushunchasi o‘zgaruvchi miqdorlar orasidagi bog‘lanishni ifodalovchi vosita bo‘lib, u real borliqdagi turli fizik, iqtisodiy va texnik jarayonlarni matematik modellashtirishning asosiy qurolidir. O‘zgaruvchi miqdorlar odatda **x, y, z** kabi harflar bilan belgilanib, ularning qabul qiladigan qiymatlari haqiqiy sonlar to‘plamiga tegishli bo‘ladi.

1-Ta’rif. Agar to‘plamdagi har bir $x \in X$ songa biror **f** qoida yoki qonuniyatga ko‘ra **Y** to‘plamdan olingan yagona $y \in Y$ son mos qo‘yilgan bo‘lsa, **X** to‘plamda funksiya aniqlangan (berilgan) deyiladi va u quyidagicha belgilanadi:

$$y = f(x), \quad x \in X, \quad y \in Y$$

Bu yerda: **X** — funksiyaning aniqlanish sohasi (**D(f)** deb ham belgilanadi); **x** — erkli o‘zgaruvchi (funksiya argumenti); **y** — erksiz o‘zgaruvchi (funksiya qiymati); **f** — har bir **x** ga mos **y** ni topish qoidasi. Funksiyaning qabul qilishi mumkin bo‘lgan barcha qiymatlari to‘plami qiymatlar sohasi deyiladi va **E(f)** deb belgilanadi.

Funksiya limiti esa o‘zgaruvchi miqdorning biror nuqtaga yaqinlashgandagi funksiyaning dinamik holatini ifodalaydi. Matematik analizda funksiya limitiga bir nechta ekvivalent ta’riflar beriladi. Ular orasida eng muhimlari Ko‘shi (tilida) va Geyne (ketma-ketliklar dilida) ta’riflaridir.

2-Ta’rif (Ko‘shi ma'nosidagi limit ta’rifi). Agar ixtiyoriy munandish kichik $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ son topilsaki, ushbu $0 < |x - x_0| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $x \in D(f)$ nuqtalarda

$$|f(x) - L| < \varepsilon$$

tengsizlik bajarilsa, **L** soni **f(x)** funksiyaning $x \to x_0$ dagi limiti deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

© 2026 London International Monthly Conference on Multidisciplinary Research and Innovation. All Rights Reserved.

Ko‘shi ta’rifidagi **ε** va **δ** orasidagi bog‘liqlikni talabalar faqat nazariy shaklda o‘zlashtirishlari jiddiy qiyinchilik tug‘diradi. Dynamic AKT dasturlari aynan ushbu **δ**-atrof va **ε**-atroflarning o‘zgarishini ekranda interaktiv ravishda namoyish etish orqali vizual tushunchani shakllantirishga imkon beradi.

3. MAVZUNI O‘QITISHDA ZAMONAVIY AKT VA DIGITAL VOSITALARNING INTEGRATSIYASI

Funksiya va uning limiti mavzularini o‘qitishda AKT vositalarining qo‘llanilishi an'anaviy ma'ruza va amaliyot darslarini interaktiv hamda muammoli-izlanishli ta’lim shakliga aylantiradi. Quyida keng qo‘llaniladigan asosiy dasturiy vositalar va ularning pedagogik imkoniyatlari keltirilgan:

4. Desmos Grafik Kalkulyatori va WolframAlpha

Desmos vizual grafik interfeysga ega bo‘lib, u ayniqsa o‘quvchilar va talabalarning smartfon hamda planshetlarida qulay ishlaydi. Desmos yordamida parametrli funksiyalar va limitik o‘tishlarni bir nechta soniya ichida vizuallashtirish mumkin. WolframAlpha esa kompyuter algebrasi tizimi bo‘lib, u murakkab limitlarni qadamma-qadam hisoblash, Lopital qoidasini tatbiq etish va analytical natijalarni tekshirish uchun o‘qituvchi va talabaga yordam beradi.

5. TA’LIM SAMARADORLIGINI OSHIRISHDA AKTNING AFZALLIKLARI VA MAVJUD MUAMMOLAR TAHLILI

AKT va raqamli texnologiyalarni ta’lim jarayoniga joriy etish yuqori pedagogik va didaktik samaradorlikni ta'minlaydi. Biroq, uni amaliyotga tatbiq etishda muayyan tizimli muammolar ham ko‘zga tashlanadi. Quyidagi jadvalda AKTning asosiy afzalliklari va mavjud to‘siqlar taqqoslab berilgan:

AKTdan foydalanishning asosiy afzalliklari

Vizuallashtirish va Ko‘rgazmalilik: Abstrakt matematik tushunchalar va limitik o‘tishlarni dinamik grafiklar orqali ko‘rib chiqlishi.

Talabalar Faolligi va Gamifikatsiya: Interaktiv topsiriqlar va o‘yinlashtirilgan dasturlar orqali darsga bo‘lgan qiziqishning ortishi.

Individual Ta’lim va Inkluzivlik: Har bir talabaning o‘z o‘zlashtirish tezligiga moslashishi, imkoniyati cheklangan o‘quvchilar uchun maxsus dasturlar.

Vaqt va Resurslarni Tejash: Elektron testlar, avtomatlashtirilgan topsiriqlar va dars ishlanmalari orqali pedagog vaqtining tejallishi.

Mavjud muammolar va cheklovlar

Infratuzilma Cheklovlari: Ba'zi hududiy va qishloq maktablarida yuqori tezlikdagi internet va zamonaviy kompyuter texnikasining yetishmasligi.

Texnik Tayyorgarlik Yetishmasligi: Ayrim o‘qituvchilarning maxsus matematik dasturlar (GeoGebra, Maple) bilan ishlash ko‘nikmalarining pastligi.

Axborot Sifati va Chalg‘ishlar: Internetda noto‘g‘ri yoki yuzaki ma'lumotlarning ko‘pligi hamda dars vaqtida o‘quvchilarning chalg‘ish xavfi.

Sog‘liqni Saqlash Omili: Ekran oldida uzoq vaqt o‘tirish natijasida ko‘z va qaddi-qomat bilan bog‘liq muammolarning yuzaga kelishi.

© 2026 London International Monthly Conference on Multidisciplinary Research and Innovation. All Rights Reserved.

6. XULOSA VA PEDAGOGIK TAVSIYALAR

Otkazilgan tadqiqot va adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, "Funksiya va uning limiti" kabi murakkab va abstrakt matematik mavzularni o‘qitishda Axborot-kommunikatsiya texnologiyalaridan foydalanish ta’lim sifatini sifat jihatidan yangi bosqichga ko‘taradi. AKT vositalari nazariy bilimlarni mustahkamlash, talabalarning mantiqiy hamda fazoviy tafakkurini rivojlantirish, shuningdek, fan bo‘yicha amaliy kompetensiyalarni shakllantirishda samarali didaktik instrument bo‘lib xizmat qiladi.

O‘quv jarayonida AKTning imkoniyatlaridan to‘liq foydalanish va mavjud muammolarni bartaraf etish maqsadida quyidagi pedagogik va amaliy tavsiyalar ilgari suriladi:

Infratuzilmani Takomillashtirish: Barcha ta’lim muassasalarini, jumladan chekka hududlardagi maktablarni barqaror va yuqori tezlikdagi internet hamda zamonaviy kompyuter va interaktiv doskalar bilan ta'minlash.

Pedagoglar Malakasini Oshirish: Matematika o‘qituvchilari uchun WolframAlpha, Desmos va Mathematica kabi dinamik matematik muhitlarda ishlash bo‘yicha doimiy amaliy treninglar va maxsus kurslarni tashkil etish.

Milliy Raqamli Resurslarni Yaratish: O‘zbek tilidagi interaktiv matematik simulyatsiyalar, videodarslar hamda o‘zbek tiliga moslashtirilgan didaktik elektron ta’lim platformalarini ko‘paytirish va boyitib borish.

Ekran Vaqtini Gigiyenik Me'yorlash: O‘quvchilarning sog‘lig‘ini saqlash va ko‘z toliqishining oldini olish maqsadida dars jarayonida ekran oldidagi vaqtni an'anaviy va amaliy mashqlar bilan muvozanatli ravishda olib borish (ekran vaqti vaqtini to‘g‘ri taqsimlash).

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O‘zbekiston Respublikasining "Ta’lim to‘g‘risida"gi Qonuni. O‘RQ-637-son. 2020-yil 23-sentabr.
2. O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining "Ta’lim sohasini raqamlashtirish hamda zamonaviy axborotkommunikatsiya texnologiyalarini joriy etish chora-tadbirlari to‘g‘risida"gi qarori, 2021-yil.
3. Pedagogik texnologiyalar va pedagogik maxorat asoslari. Darslik. — T.: O‘qituvchi, 2020-y. — 240 b.
4. Djumabayev D.X., Djumabayev G‘.X., Eshimbetov M.R. Matematika. O‘quv qo‘llanma. — Toshkent: "Bookmany print" nashriyoti, 2023-y. — 320 b.
5. Dadabayeva R.A., Shoaxmedova N.X., Ibragimova L.T. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va tizimlari. — Toshkent: "Sano-standart" nashriyoti, 2017-y. — 216 b.
6. ZiyoNET Ta’lim axborot tarmog‘i portal resurslari: https://ziyonet.uz O‘zbekiston Ta’l

© 2026 London International Monthly Conference on Multidisciplinary Research and Innovation. All Rights Reserved.